

Особенности взаимодействия импульсов с турбиной

Ю.А.Гришин

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, РФ, 2-я Бауманская ул., д.5, стр.1

Необходимым этапом в создании и доводке современных высокоэффективных поршневых двигателей является математическое моделирование их рабочего процесса, неотъемлемой частью которого является газообмен. При этом явления, происходящие в их впускных и выпускных системах, носят исключительно сложный, импульсный характер, и здесь используются численные методы газовой динамики в нестационарной постановке. Сложность конфигурации впускных и выпускных систем многоцилиндровых двигателей не позволяет применять 3D моделирование во всей расчетной области, кроме того, необходимо еще выполнять многовариантные оптимизационные расчеты. Поэтому здесь используется одномерный подход с заданием граничных условий (*BC*) на стыках отрезков труб, образующих впускную и выпускную системы. Широкое внедрение турбонаддува двигателей самого различного назначения потребовало разработки *BC* для расчета нестационарного течения на стыке выпускного коллектора с турбиной. В большом числе работ, в частности [1-3], отмечается актуальность этой проблемы, и чаще всего результаты моделирования не в полной мере соответствуют экспериментальным данным, в особенности для систем с ярко выраженными импульсными процессами. Это обусловлено тем, что для расчета взаимодействия выпускных импульсов с турбиной обычно используются ее характеристики (карты), полученные на испытательных стендах в стационарных условиях. При этом *BC* фактически представляются сосредоточенными в одном сечении входа в турбину. Отметим, что такой упрощенный способ не может дать удовлетворительных результатов моделирования, поскольку на самом деле импульс в турбине испытывает последовательное геометрическое, расходное и энергетическое воздействие, распределенное во времени и по значительной длине. Вначале имеет место конфузорный впускной патрубок определенной длины с

лопаточным или безлопаточным сопловым аппаратом. Далее - протяженный сопловой срез длиной, равной длине окружности на среднем диаметре входа в рабочее колесо, на этом участке имеет место распределенный по времени и по длине расход газа в колесо. Затем следуют каналы рабочего колеса, где происходит отбор энергии от потока. В результате распределение взаимодействия с турбиной, обусловленное протяженностью ее проточной части, может иметь длину, сравнимую с размером самого выпускного коллектора.

Представленные выше особенности взаимодействия импульса с турбиной необходимо учесть при разработке адекватных *ВС*. В итоге был предложен следующий подход. Во-первых, протяженный впускной патрубок с сопловым аппаратом (*СА*) рассматривается как продолжение общего *1D* расчета в коллекторе, но с учетом соответствующего изменения площади проходного сечения. Во-вторых, учитывается распределение взаимодействия импульсов с рабочим колесом (*РК*) на протяжении окружности его расчетного диаметра на входе. В-третьих, течение в сравнительно коротких каналах *РК* рассматривается в квазистационарной постановке на каждом расчетном шаге с учетом значительных и переменных во времени профильных потерь, обусловленных возникновением отрывных явлений на входе. Опыт исследований показал, что при значительных пульсациях потока *РК* практически не работает в расчетном режиме обтекания, на входе происходит непрерывное перестроение векторного плана скоростей с образованием значительных углов атаки и соответствующих отрывных зон на передних кромках. Это приводит к резкому росту профильных потерь в *РК*. Таким образом, расчет взаимодействия с турбиной может быть представлен в виде 3-х отдельных блоков, соответствующая схема в виде условной развертки дается на рис.1.

Расчет *1D* нестационарного течения в выпускном коллекторе (1, рис.1), где площадь проходного сечения постоянна ($F = const$), может выполняться с использованием известных *CFD* пакетов *AVL BOOST*, *WAVE* и др. В МГТУ им. Баумана для этого применяется *ONE DIM FLOW*, основанный на численном методе распада разрыва С.Годунова [4]. Расчет конфузорной части

(входной патрубков и СА, 2) до начала соплового среза следует выполнять как продолжение $1D$ CFD расчета выпускного коллектора, но уже с учетом соответствующего геометрического воздействия на поток ($F = var$). Метод распада разрыва позволяет это учитывать.

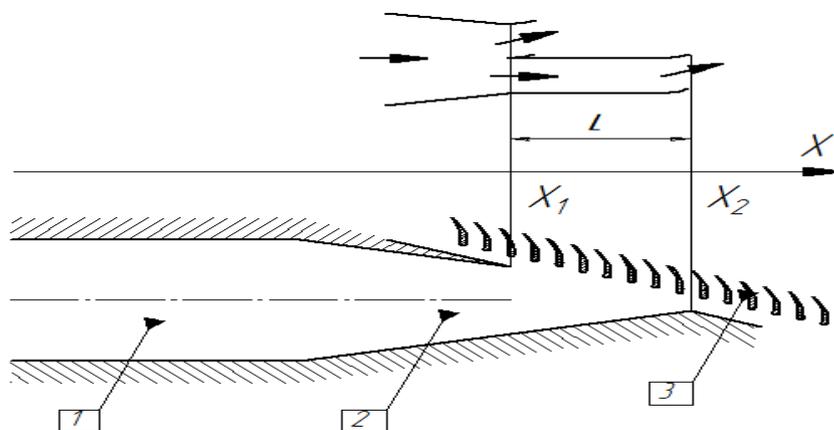


Рис.1. Схема для расчета взаимодействия выпускных импульсов с турбиной

2. Участок развертки соплового среза между условными сечениями X_1 и X_2 требует нетривиального подхода. Здесь кроме геометрического воздействия на поток (проходное сечение сопловой улитки уменьшается до нуля) имеет место распределенный расход в РК. Чтобы избежать $3D$ рассмотрения, используется представление с заменой распределенного по длине $L = X_2 - X_1$ стока на два сосредоточенных – в начале и в конце соплового среза (на рис.1 сверху). Каждый из стоков имеет площадь проходного сечения, равную половине площади проходного сечения соплового аппарата на выходе. При таком подходе участок между стоками можно представить в виде трубки с $F = const$, в которой выполняется численный счет как в коллекторе.

3. Задача расчета течения через решетку РК (3, рис.1) в широком диапазоне изменения углов атаки представляет собой наиболее сложную проблему. Она весьма актуальна и имеет место не только для импульсных систем наддува транспортных двигателей, но и для изобарных систем крупных тепловозных и судовых двигателей на переходных режимах работы, а также для любых турбоагрегатов на таких режимах. Вслед за интенсивными колебаниями параметров перед турбиной в широком диапазоне изменяется рас-

ход газа и, соответственно, величина V_1 и направление (угол β_1) вектора относительной скорости на входе в колесо (рис.2). В результате имеем нерасчетное обтекание РК с получением отрывных зон и соответствующих отрывных потерь энергии, оцениваемых коэффициентом ζ_1 . Для каждого расчетного шага *CFD* надо правильно определять ζ_1 .

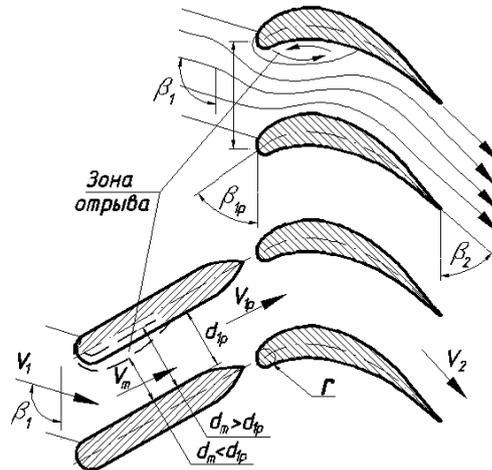


Рис.2. Действительная (сверху) и условная схемы течения в решетке профилей при нерасчетном угле входа β_1

Рассмотрим методику определения отрывных потерь в решетках осевых турбин, которые применяются для привода компрессоров в агрегатах наддува мощных двигателей. Наибольшее распространение здесь имеет методика Г.Ю.Степанова [5], в которой суммарные профильные потери в решетке рассматриваются как сумма потерь ζ_p обтекания на расчетном режиме и отрывных потерь ζ_1 . В результате на практике используется формула:

$$\zeta = \zeta_\delta + B \left[\left(\frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1} \right)^2 - \left(\frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_{1p}} \right)^2 \right] + C \left[\frac{\sin \delta \cdot \sin \beta_2}{\sin \beta_1 \cdot \sin \beta_{1p}} \right]^2,$$

где B и C – эмпирические коэффициенты, действительный угол входа потока в решетку β_1 и расчетный (конструктивный) β_{1p} , β_2 – угол выхода из решетки, $\delta = \beta_{1p} - \beta_1$ – угол атаки. К сожалению, методика не лишена недостатков. Во-первых, присутствуют изменяющиеся в широких пределах и, как правило, заранее неизвестные коэффициенты B и C , во-вторых, не учитывается существенное влияние толщины передней кромки профилей, которое заключается

в том, что потери начинают возрастать не сразу с появлением угла атаки, а только после того, как он превысит некоторое предельное значение. Правильный учет этого обстоятельства особенно важен при расчетах течений в импульсных выпускных системах двигателей, где с целью снижения потерь в широком диапазоне изменения углов атаки используются профили со значительным радиусом скругления передних кромок.

Подобно Степанову представим профильные потери при нерасчетном обтекании в виде суммы потерь расчетного режима и отрывных потерь, сосредоточенных на входе. При этом последние можно рассматривать как следствие отрыва на передних кромках плоской решетки пластин, скругленных, как и профили, радиусом r . Можно считать, что при больших углах атаки вся передняя кромка пластин окружена изобарной отрывной зоной (этот факт известен из практики), причем давление в ней p_o равно среднему статическому давлению p_m в сечении наибольшего сужения струи около зоны отрыва F_m . При этом принимается допущение о квазиодномерности течения в основных расчетных сечениях - на входе перед решеткой $F_1 = l \cdot t \sin \beta_1$, в сечении наибольшего сужения $F_m = l \cdot d_m$, в сечении $F_{1p} = l(t \sin \beta_{1p} - 2r)$ присоединения потока к поверхностям пластин после отрыва и на выходе ($F_2 = l \cdot t \sin \beta_2$). Здесь t и l – шаг и высота плоской решетки.

При получении расчетных зависимостей используются основные законы сохранения – расхода, энергии и импульса. Отметим, что при записи соответствующих соотношений через газодинамические функции от приведенной скорости λ описываемая ниже методика ранее была разработана для расчета отрывных потерь в потоке сжимаемого газа [6]. Однако при численных расчетах в поршневых двигателях для BC необходимо рассмотреть более простой вариант с несжимаемой жидкостью, т.е. $\rho = const$.

Для контура от входа до сечения наибольшего сужения струи уравнения расхода и энергии можно представить в виде:

$$\rho v_1 t \sin \beta_1 = \rho v_m d_m ; \quad (1)$$

$$p_1 / \rho + v_1^2 / 2 = p_m / \rho + v_m^2 / 2 . \quad (2)$$

Здесь в уравнении энергии учитывается тот факт, что потери на участке сужения струи около зоны отрыва пренебрежимо малы и по аналогии с представлением о внезапном расширении отнесены на последующий участок рассмотрения, т.е. от F_m до сечения присоединения после отрыва F_{1p} . Поскольку для обеспечения равновесия потока давление в отрывной зоне p_o при условно одномерном представлении должно быть равно давлению p_m в минимальном сечении, уравнение импульсов в направлении, параллельном пластинам, можно представить в виде

$$\rho v_1 t \sin \beta_1 \cdot v_1 \cos \delta + p_1 t \sin \beta_{1p} = \rho v_m d_m \cdot v_m + p_m d_m + p_m (t \sin \beta_{1p} - d_m). \quad (3)$$

При записи этого уравнения учитывается то обстоятельство, что при больших углах атаки линия раздела набегающих струй приходится на верхнюю поверхность пластины, и вся ее передняя кромка окружена зоной отрыва (см. рис.1). Преобразование системы уравнений (1)-(3) позволило выразить ширину наибольшего сужения потока около зоны отрыва:

$$d_m = \frac{t \sin \beta_1}{c + \sqrt{c(c - 2 \cos \delta) + 1}}. \quad (4)$$

Здесь символом c обозначено отношение $\sin \beta_1 / \sin \beta_{1p}$.

Очевидно, что при сравнительно небольших углах атаки расчетное значение d_m будет оказываться больше ширины канала между пластинами $d_{1p} = t \sin \beta_{1p} - 2r$. Это соответствует представлению о том, что при рассматриваемом δ сечение формальной зоны отрыва будет меньше толщины пластин (на рис.1 этот случай обозначен штрих-пунктиром внутри верхней пластины). Фактически же это означает, что при данных условиях течение между пластинами даже при наличии угла атаки будет безотрывным, так как вся возможная отрывная зона оказалась замещенной телом пластины толщиной $2r$. В данном случае отрывных потерь не будет, т.е. по условиям течения решетка оказывается в так называемой «зоне нечувствительности» по углу атаки.

Важным свойством описываемой методики является то, что впервые она позволяет расчетным путем определить значения предельных углов $\beta_{1п1}$ и $\beta_{1п2}$, ограничивающих эту зону нечувствительности. Подставив предельное

значение $d_m = t \sin \beta_{1p} - 2r$ в уравнение (4) и преобразовав его с учетом соотношения $\cos \delta = \cos(\beta_{1p} - \beta_{1п}) = \cos \beta_{1p} \cos \beta_{1п} + \sin \beta_{1p} \sin \beta_{1п}$, получим:

$$\beta_{1i} = \arcsin \sqrt{\frac{2ctg^2 \beta_{1p} - a \pm 2ctg \beta_{1p} \sqrt{ctg^2 \beta_{1p} - a - 1}}{4ctg^2 \beta_{1p} + a^2}}, \quad (5)$$

где

$$a = \frac{2}{\sin \beta_{1p} (\sin \beta_{1p} - 2r/t)} - \left(\frac{1}{\sin \beta_{1p} - 2r/t} \right)^2 - 2. \quad (6)$$

Выбирая знак «-» перед внутренним радикалом в формуле (5) будем иметь значение $\beta_{1п1}$, соответствующее положительному предельному углу атаки δ , превышая который будем получать отрыв. При этом $\beta_{1п1} < \beta_{1p}$. Если задать знак «+», получим предельное значение угла $\beta_{1п2}$, соответствующее отрицательному углу атаки, здесь имеем $\beta_{1п2} > \beta_{1p}$. Из формул (5) и (6) видно, что с увеличением параметра $2r/t$, задающего толщину профиля, зона нечувствительности $\beta_{1п2} - \beta_{1п1}$ решетки будет расширяться. Это соответствует известной рекомендации о том, что для снижения потерь в импульсных турбинах, работающих в широком диапазоне изменения углов атаки, следует выбирать профили с утолщенными передними кромками. При $\beta_1 < \beta_{1п1}$ и $\beta_1 > \beta_{1п2}$ сечение наибольшего сужения основного потока d_m будет меньше d_{1p} , и вблизи входа в канал между пластинами образуется отрывная зона. Для определения потерь расширения оторвавшейся струи до сечения присоединения F_{1p} в соответствии с представлением о внезапном расширении воспользуемся теоремой Борда-Карно, согласно которой потери расширения ΔE_1 соответствуют скоростному напору от потерянной скорости $\Delta E_1 = (v_m - v_{1p})^2 / 2$.

Переходя к рассмотрению течения в реальной решетке турбинных профилей, как указывалось выше, кроме отрывных потерь необходимо учесть профильные потери расчетного режима ΔE_p , фактически равные суммарному значению всех профильных потерь на участке нечувствительности к углу атаки. Отметим, что для турбин, работающих в составе двигателей со значи-

тельной пульсацией параметров на входе, по сравнению с отрывными эти потери незначительны. Следуя Степанову, при расчете обтекания в широком диапазоне изменения углов атаки их будем считать неизменными и известными из опытных данных для рассматриваемых типов решеток. Согласно определению $\Delta E_p = \zeta_p v_{2t}^2 / 2$, где v_{2t} - скорость на выходе из решетки при течении без потерь. Пользуясь уравнениями расхода и энергии для сечений наибольшего сужения и выхода из решетки можно получить:

$$\zeta = 1 - \frac{1 - \zeta_p}{1 + \left\{ t \sin \beta_2 \left[1/d_m - 1/(t \sin \beta_{1p} - 2r) \right] \right\}^2}, \quad (7)$$

при оценке потерь с помощью коэффициента $\psi = v_2/v_{2t}$ будем иметь:

$$\psi = \sqrt{\frac{1}{1 + \left\{ t \sin \beta_2 \left[1/d_m - 1/(t \sin \beta_{1p} - 2r) \right] \right\}^2}} \cdot \sqrt{1 - \zeta_p} = \psi_1 \cdot \psi_p, \quad (8)$$

где ψ_p - скоростной коэффициент профильных потерь безотрывного (расчетного) течения, ψ_1 - скоростной коэффициент, учитывающий отрывные потери. Если высота l каналов решетки от входа к выходу изменяется, в уравнения расхода и энергии подставляются соответствующие значения l_{1p} и l_2 , при этом несколько изменится вид формул (7) и (8). Проверка полученных расчетных зависимостей для отрывных потерь была произведена по описанным в литературе результатам продувок большого числа решеток.

На рис.3 изображены расчетные характеристики $\zeta = \zeta(\beta_1)$ и соответствующие экспериментальные данные для 6 турбинных решеток завода «Экономайзер» и Брянского машиностроительного завода [7]. Все решетки реактивного типа с последовательно возрастающим параметром $2r/t$, $\beta_{1p} = 80^\circ$, $\beta_2 = 18^\circ$. Продувка проводилась на режиме числа $M_{2t} = 0,5$ ($\lambda_{2t} = 0,534$). На рис.4 показаны расчетные характеристики $\zeta = \zeta(\beta_1)$ и результаты соответствующих продувок 7 реактивных и активных решеток из атласа М.Е.Дейча и др. [8]. Как видно из этих рисунков, расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются в широком диапазоне углов входа и параметра $2r/t$, определяющего зону нечувствительности к углу атаки. Отметим, что важным достоинством полученных расчетных формул является простота и отсутствие

эмпирических коэффициентов.

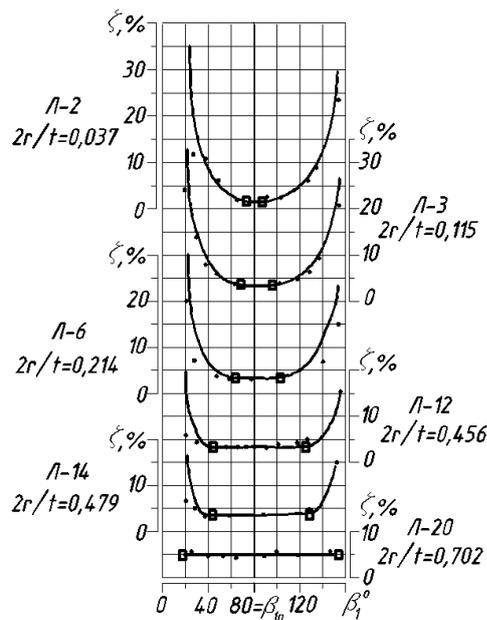


Рис.3. Зависимость профильных потерь от угла входа потока в решетки:
 ● - данные экспериментов из работы [7]; — - результаты расчета потерь;
 □ - расчетные предельные углы отрыва $\beta_{1п}$

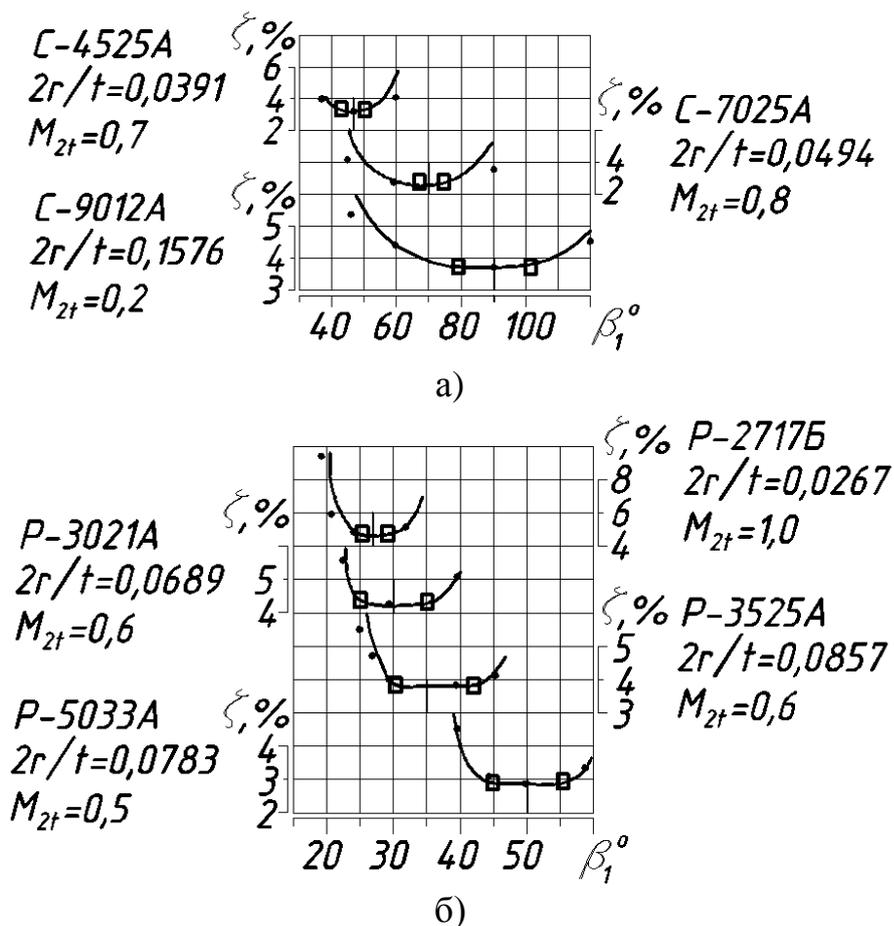


Рис.4. Зависимость профильных потерь от угла входа в рабочие (а) и сопловые (б) решетки: ● - эксперименты М.Е.Дейча [8]; — - результаты расчета потерь; □ - расчетные предельные углы отрыва $\beta_{1п}$

С использованием изложенных выше основных представлений была разработана методика расчета отрывных потерь на входе в РК и для радиально-осевых турбин, которые также широко применяются в агрегатах наддува двигателей. Результаты соответствующих расчетов тоже хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными [9].

Для исследования взаимодействия импульсов нестационарного течения с турбинами были разработаны специальные экспериментальные установки, состоящие из генераторов единичных импульсов (одноцикловых генераторов) и турбинных блоков, где частота вращения роторов турбин могла изменяться в широких пределах. Испущенные генераторами и отраженные от турбин импульсы записывались с помощью датчиков давления, установленных в трубопроводах, соединяющих генераторы с турбинными блоками.

На первом этапе выполнялась проверка разработанной методики расчета отрывных потерь на входе в рабочую решетку. С целью повышения точности исследования эксперимент проводился без конфузорной части на входе, т.е. сопловой аппарат (СА) отсутствовал. Специальный переходник от трубы, подводившей импульсы от генератора к РК, был выполнен с постоянной площадью проходного сечения. При этом сектор взаимодействия с РК составлял 0,242 от полной окружности, т.е. имел место парциальный подвод к колесу. Это также обеспечивало повышение точности исследования, так как взаимодействие импульсов с колесом в этом случае можно считать сосредоточенным в одном сечении. Решетка РК имеет 40 лопаток с углами входа и выхода $\beta_{1p} = 36^\circ$ и $\beta_2 = 24^\circ$, расчетный диаметр $D = 150$ мм, радиус скругления передней кромки $r = 0,5$ мм. Поскольку конфузорная часть отсутствовала, испущенные импульсы положительной амплитуды, т.е. волны сжатия, $p_2 > 0$ (задавались значения $p_2 = 24, 48$ и 73 кПа избыточного давления на гребне волны) отражались волнами разрежения $p_1 < 0$. Форма отраженных волн – гладкая деформированная полусинусоида с крутым задним фронтом, что обусловлено тенденцией к образованию ударной волны. Частота вращения

РК могла изменяться от +25 000 до – 10 000 об/мин, что позволяло исследовать отражение импульсов при их взаимодействии с РК турбины в широком диапазоне изменения окружной скорости u и углов атаки δ .

На рис.5 представлены результаты экспериментов и соответствующих численных расчетов взаимодействия импульсов с колесом турбины. Как видно из рисунка, имеет место хорошее согласование результатов расчета амплитуд отраженных волн, где используется разработанная методика определения отрывных потерь, с экспериментальными данными, хотя углы атаки достигали весьма больших значений: $25^\circ > \delta > -123^\circ$. Для сравнения представлены расчетные кривые, полученные с использованием методики расчета отрывных потерь по Степанову и без учета отрывных потерь, которые показали явно неудовлетворительный результат.

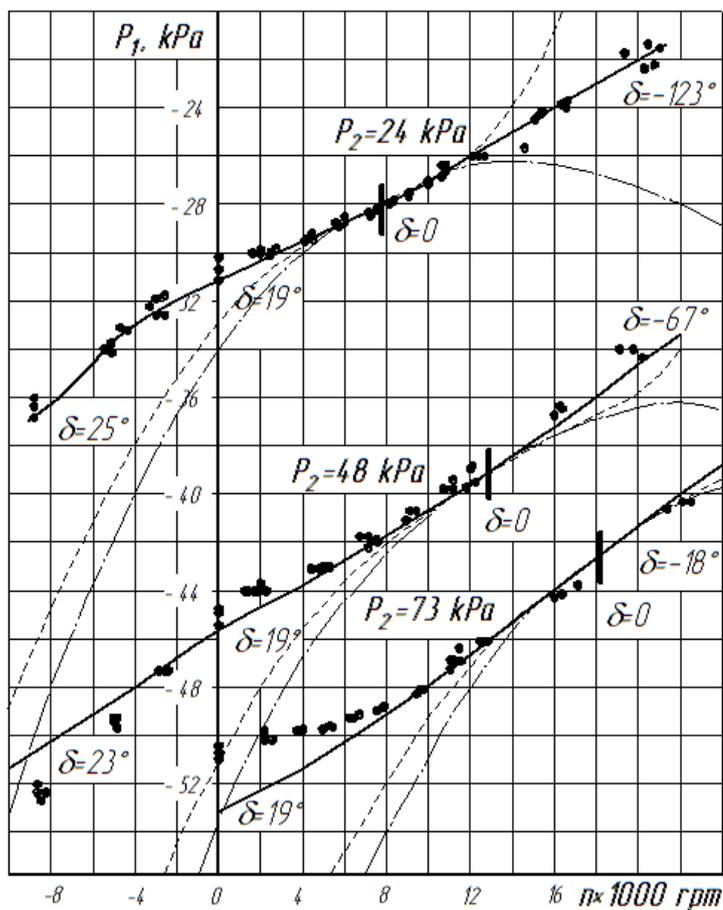


Рис.5. Зависимость амплитуды отраженного импульса p_1 от частоты вращения n рабочего колеса турбины при различных значениях амплитуды p_2 испущенного импульса, ● – результаты экспериментов, результаты расчетов: — - разработанная методика, ---- - методика Г.Ю.Степанова, ·—·—· - без учета отрывных потерь

На втором этапе расчетно-экспериментальных исследований рассматривалось отражение импульсов от турбины уже со всеми элементами (1-конфузорная часть с СА, 2-распределение стока в сопловом срезе по окружности колеса и 3-само колесо). Два варианта исполнения СА – конфузорная улитка (безлопаточный СА) и конфузорная улитка с лопаточной решеткой перед РК (лопаточный СА) при одинаковой общей степени конфузорности показали практически одинаковую картину отражения. Но в отличие от рассмотренного выше эксперимента без конфузорной части в данном случае отраженная волна имеет гораздо более сложную форму (рис.6).

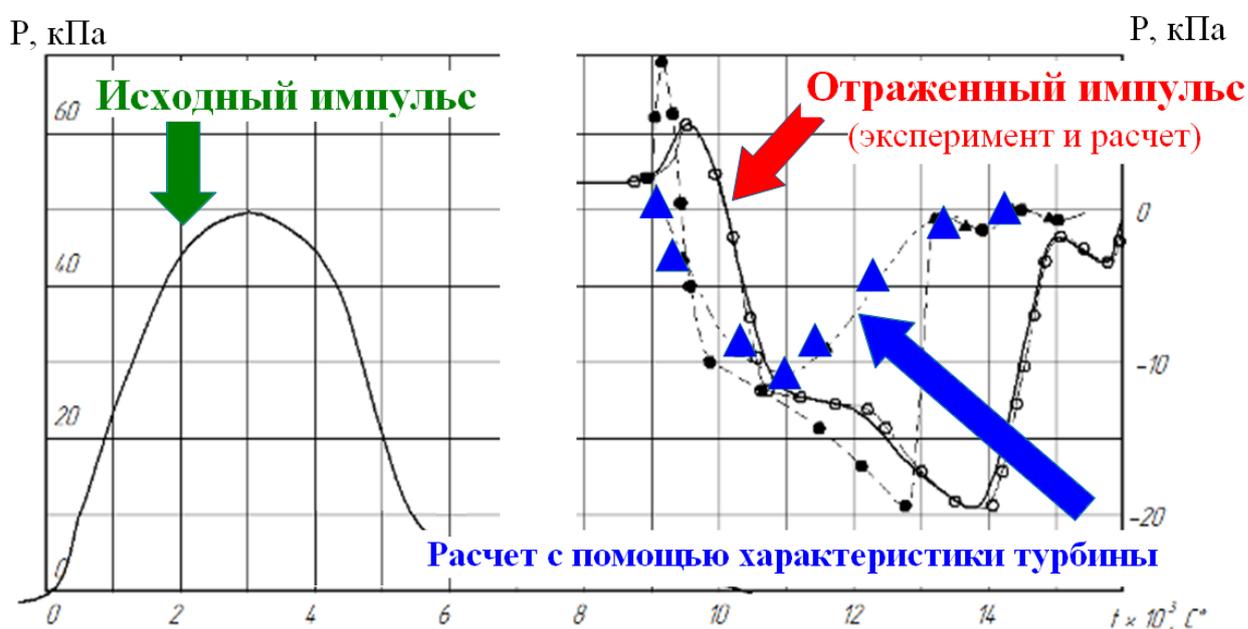


Рис.6. Взаимодействие импульса с осевой турбиной при 7500 об/мин. Слева – исходный импульс, справа - отраженный от турбины: — - экспериментальные данные, \circ - \circ - расчет с учетом реальной длины L соплового среза, \bullet --- \bullet - расчет без учета распределения стока по длине соплового среза, -- \blacktriangle -- расчет с использованием характеристики турбины

Сначала к цилиндру приходит характерный положительный всплеск, обусловленный отражением части фронта исходной волны от имеющего определенную протяженность конфузорного СА. Амплитуда этого всплеска не зависит от частоты вращения колеса. И только затем приходит «вакуумная» часть волны, обусловленная взаимодействием с решеткой РК, причем она имеет излом, связанный с обратным проходом через СА. Амплитуда этой части существенно зависит от частоты вращения n колеса, т.е. фактически от величины энергии, отбираемой РК от импульса. С увеличением n отбор

энергии возрастает, что является как бы аналогом уменьшения пропускной способности турбины (μF), и экстремум этой части волны поднимается выше. На рис. 6 представлены и результаты соответствующих численных расчетов отраженной волны. Наиболее точный результат получается с учетом всех 3-х факторов (конфузорность, 2-х стокое представление распределения взаимодействия по длине L дуги соплового среза и учет отрывных потерь). Причем, фактически время этого взаимодействия соответствует двойному ходу волнового возмущения от начала до конца соплового среза.

Для сравнения был выполнен расчет с допущением о сосредоточенности взаимодействия с РК в одной точке, т.е. при $L = 0$. Соответствующие результаты также показаны на рис.6, где видны значительные отличия от реального «растянутого» варианта. Начальный всплеск, соответствующий отражению части исходного фронта от СА, стал более резким, его амплитуда удвоилась. В целом отражение по времени сжалось в 1,7 раза, важный фактор времени прихода вершины и заднего фронта волны определяется с большой ошибкой по отношению к реальному. Был произведен также расчет взаимодействия с турбиной с применением широко известного приема, когда в одном граничном сечении используются результаты статических испытаний турбины, т.е. ее характеристика. Результаты расчета показывают (рис.6), что в этом случае отраженный импульс имеет упрощенную, не соответствующую реальной картине форму. Его амплитуда вдвое меньше, продолжительность в 1,7 раза короче, чем в действительности, Такой же неудовлетворительный результат получается при использовании ВС типа «специально подобранное сопло».

В итоге можно сделать вывод о том, что разработанные ВС у турбины, содержащие принципы учета протяженной конфузорной части с СА, распределения взаимодействия на длине окружности среза СА и методику расчета отрывных потерь в широком диапазоне изменения углов атаки на входе в РК, обеспечивают хорошее согласование с реальной картиной волнового взаимодействия с турбинами в широком диапазоне изменения параметров и режимов. Специально следует отметить универсальность и точность предложен-

ной методики расчета отрывных потерь, где впервые аналитически определяются зоны нечувствительности решетки профилей к углу атаки. В целом можно констатировать, что разработанные граничные условия для расчета взаимодействия импульсов с турбинами вполне применимы для уточненного численного моделирования выпуска в импульсных системах.

Литература:

- [1] Grishin Y. UNSTEADY FLOW PULSES INTERACTION WITH A TURBINE. CIMAC Congress Helsinki.- June 6-10, 2016 / 308.- P.1-11.
- [2] Aymanns R., Scharf J., Uhlmann T., Pischinger S. Turbocharger Efficiencies in Pulsating Exhaust Gas Flow. MTZ 07-081-2012.- vol.73.- pp.34-39.
- [3] Palfreyman D., Martinez-Botas R.F. The Pulsating Flow Field in a Mixed Flow Turbocharger Turbine: An Experimental and Computational Study. Transactions of ASME.- Journal of Turbomachinery.- vol.127.- 2005.- pp. 144-155.
- [4] Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Численные методы газовой динамики - М.: Высш. шк., 1987.- 232 с.
- [5] Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин.- М.: Физматгиз, 1962.-512 с.
- [6] Grishin Yu., Krouglov M. Calcul des pertes de l'ecoulement et construction des caracteristiques des grilles d'aubes // Entropie.- 1979.- № 86. - P.40-45.
- [7] Кириллов И.И., Кириллов А.И. Теория турбомашин.- Л.: Машиностроение, 1974.- 320 с.
- [8] Дейч М.Е., Филиппов Г.А., Лазарев Л.Я. Атлас решеток осевых турбин.- М.: Машиностроение, 1965.- 92 с.
- [9] Гришин Ю.А. Определение отрывных потерь в рабочих колесах радиально-осевых турбин. Сб.науч.тр. по материалам МК «Двигатель-2007», посвященной 100-летию школы двигателестроения МГТУ им. Н.Э. Баумана // Под ред. Н.А. Иващенко, В.Н.Костюкова, А.П.Науменко, Л.В.Грехова - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007.- С.446-450.