

УДК 681.518.5

Особенности оценки граничных величин диагностических признаков

В.Н. Костюков, А.П. Наumenко

Научно-производственный центр «Динамика»

Features Evaluation of Diagnostic Signs

V.N. Kostyukov, A.P. Naumenko

Dynamics, SPC

Совершенствование системы определяющих критериев неисправностей машин и механизмов по параметрам виброакустических сигналов является актуальной проблемой технической диагностики. Целью работы является определение особенностей оценки нормативных величин параметров диагностического сигнала, соответствующих различным состояниям объекта диагностирования. Классический подход основывается на том, что исправное состояние характеризует диагностический признак, величина которого при исправном состоянии меньше, чем при неисправном. Неклассический случай – ухудшение состояния характеризуется уменьшением величины диагностического признака. В обоих случаях необходимо решить задачу по корректному определению величины диагностического признака при заданных значениях вероятностей пропуска неисправности и ложной тревоги. В работе показаны способы корректного вычисления величин диагностических признаков для различных случаев их распределений вероятностей. Результаты исследований показывают, что методы принятия статистических решений можно успешно использовать для определения предельных (граничных) величин диагностических признаков для «классических» и «неклассических» случаев функций распределений вероятностей, задавая определенные условия оптимальности выбора величины диагностического признака и корректно вычисляя вероятности пропуска дефекта и ложной тревоги.

Ключевые слова: диагностика, техническое состояние, диагностический признак, виброакустический сигнал, характеристическая функция

Modernization of a characteristic criterion system for machinery and mechanisms' failures is an urgent task of technical diagnostics. The paper is aimed at discovering special features of evaluation of normal values of diagnostic signal parameters corresponding to different types of condition of the diagnosed object. The classic approach is based on the following principle: a non-faulty condition characterizes a diagnostic sign which value is lower in non-faulty condition than in faulty one. A non-classic case – worsening of condition features lower value of the diagnostic sign. In both cases a task on accurate determination of the diagnostic sign's value at known values of probability of failure skipping and false alarm. The paper considers methods of the accurate calculation of diagnostic sign's value for various cases of probability distribution. The results of the research show that statistical decision-making methods could be successfully applied for determination of limiting (threshold) values of diagnostic signs both for classic and non-classic cases of probability density function, by setting particular conditions of optimal choice of a diagnostic sign's value and an accurate calculation of probability of failure skipping and false alarm.

Keywords: diagnostics, technical condition, diagnostic sign, vibroacoustic signal, characteristic function.

Введение

Актуальность. Разработка системы определяющих критериев неисправностей на основе совокупностей параметров диагностических сигналов, позволяющей однозначно, надежно и достоверно определить техническое состояние объекта и причины его изменения [1, 2, 3], являлась и является актуальной задачей технической диагностики. Неотъемлемой частью диагностики является разделение возможных технических состояний (диагно-

зов). В частном случае необходимо провести выбор одного из двух диагнозов (дифференциальная диагностика или дихотомия), например, «исправное состояние» (состояние «Допустимо» (Д) или «Требует принятия мер» – ТПМ) и «неисправное состояние» (состояние «Недопустимо» – НДП) [4, 5, 6]. Решение данной задачи сегодня всё чаще основывается на использовании теории принятия статистических решений.

Целью работы является определение подходов к оценке методами теории принятия статистических решений и рисков нормативных величин параметров характеристической функции (ХФ) диагностического сигнала [7 – 9], используемых в качестве диагностических признаков в системах вибродиагностического (ВА) мониторинга [10, 11].

Основные подходы статистических методов принятия решений

Один из подходов к диагностированию заключается в использовании так называемых статистических решений. При этом решающее правило выбирается исходя из некоторых условий оптимальности.

Классический подход определения граничных значений диагностических признаков, разделяющих состояния объекта, состоит в том, что разделение состояния объекта на исправное (D_1) и неисправное (D_2) осуществляется на основе следующего правила: при величине диагностического признака $x < x_0$ предполагается отсутствие дефекта или неисправности, а при $x > x_0$ предполагается наличие (рис. 1 а), рис. 2 а):

$$\begin{aligned} x \in D_1 \text{ при } x < x_0, \\ x \in D_2 \text{ при } x > x_0. \end{aligned} \tag{1}$$

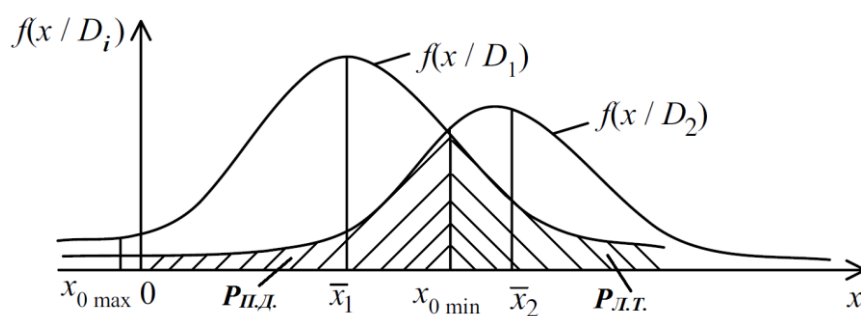
Величина x – текущее (измеренное) значение диагностического признака, – является случайной и потому приведенное равенства представляют собой среднее значение (математическое ожидание) риска.

Таким образом, классический подход основывается на том, что исправное состояние характеризует некий диагностический признак, величина которого при исправном состоянии меньше, чем при неисправном.

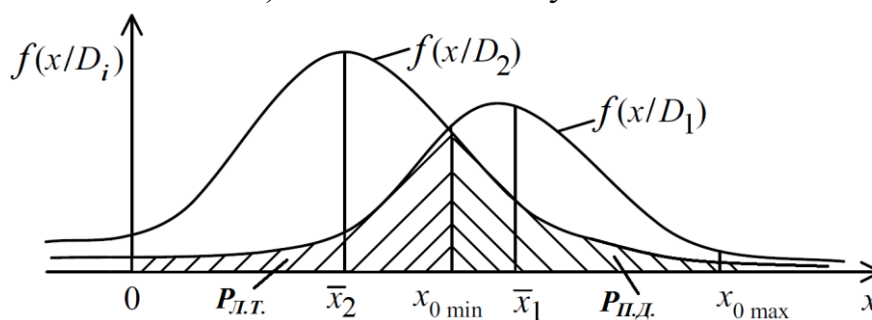
Неклассический случай распределения величин диагностических признаков сводится к тому, что ухудшение состояния характеризуется уменьшением величины диагностического признака.

Задача состоит в выборе величины x_0 некоего параметра x , который является диагностическим признаком неисправности и характеризует состояние объекта, таким образом, что при $x < x_0$ следует принимать решение о наличии неисправности, а при $x > x_0$ допускать дальнейшую эксплуатацию и считать объект исправным. Если D_1 – исправное состояние, D_2 – неисправное. Тогда указанное решающее правило означает (рис. 1 б), рис. 2 б):

$$\begin{aligned} x \in D_1 \text{ при } x > x_0, \\ x \in D_2 \text{ при } x < x_0. \end{aligned} \quad (2)$$

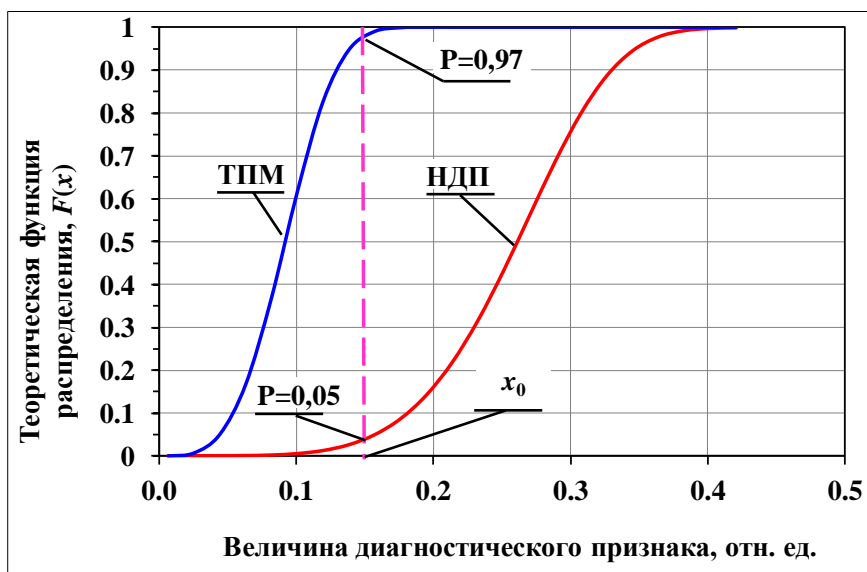


а) классический случай

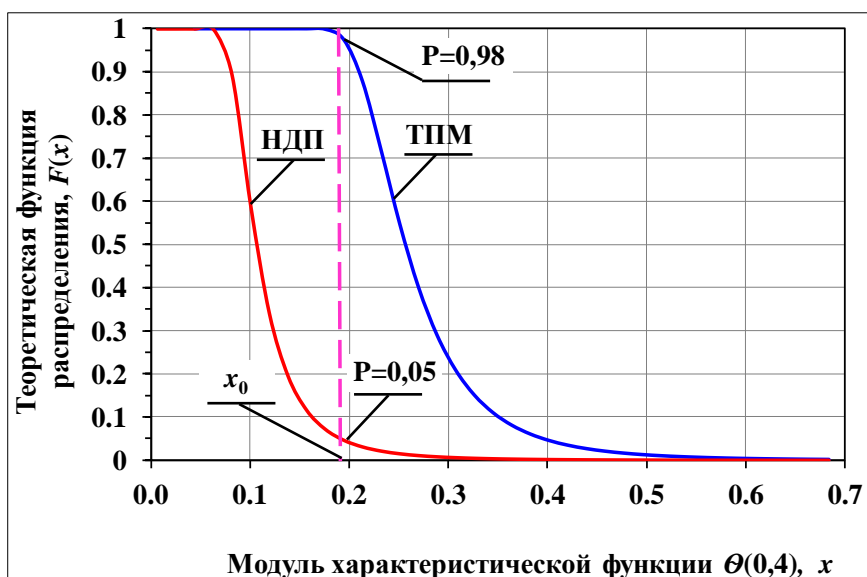


б) неклассический случай

Рис. 1. Плотности вероятностей диагностического признака x для исправного D_1 и дефектного D_2 состояний; $x_{0 \min}$, $x_{0 \max}$ – точки экстремумов среднего риска ошибочных решений; $P_{п.д.}$ и $P_{л.т.}$ – соответственно вероятности пропуска дефекта и ложной тревоги



а) классический случай



б) неклассический случай

Рис. 2. Функции распределения вероятностей величин диагностических признаков

Области исправного (D_1) и дефектного (D_2) состояний пересекаются и поэтому принципиально невозможно выбрать значение x_0 , при котором не было бы ошибочных решений. Задача состоит в том, чтобы выбор x_0 был в некотором смысле оптимальным, например, давал бы наименьшее число ошибочных решений или минимальную вероятность пропуска дефекта при заданной вероятности ложной тревоги.

Оценка величины потерь (среднего риска ошибочного решения)

Возможными ошибками при принятии решений являются: ложная тревога (ошибка первого рода): исправный объект признается дефектным (вместо D_1 считают, что имеет место D_2), и пропуска дефекта (ошибка второго рода): объект, имеющий дефект признается исправным (вместо D_2 признается D_1).

Обозначим через H_{ij} ($ij = 1, 2$) возможные решения по правилу (гипотезы), где индекс i соответствует принятому диагнозу, j – действительному диагнозу. Тогда:

H_{21} – ложная тревога (ошибка первого рода);

H_{12} – пропуск неисправности (ошибка второго рода);

H_{11} – правильный диагноз (исправное состояние);

H_{22} – правильный диагноз (неисправное состояние).

Определим вероятность ложной тревоги $P(H_{21})=P_{л.т.}$ при *классическом* подходе, т.е. когда $x > x_0$, а узел является исправным. Вероятность такого события равна вероятности произведения двух событий: наличие исправного состояния и величины диагностического признака $x > x_0$. Так события являются зависимыми, то

$$P(H_{21}) = P(D_1) \cdot P([x > x_0]/D_1) = P(D_1) \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx = P_1 [1 - F(x_0/D_1)] \quad (3)$$

а вероятность пропуска дефекта $P(H_{12})=P_{п.д.}$ можно определить как

$$P(H_{12}) = P(D_2) \cdot P([x < x_0]/D_2) = P(D_2) \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx = P_2 F(x_0/D_2). \quad (4)$$

Здесь $f(x/D_1)$ и $f(x/D_2)$ – соответственно плотности вероятностей для исправного и неисправного состояний; диагнозы D_1 и D_2 соответствуют исправному и неисправному состояниям объекта; $P_1 = P(D_1)$ и $P_2 = P(D_2)$ – априорные вероятности соответственно диагнозов D_1 и D_2 , которые считаются известными на основании предварительных статистических данных:

в данном случае это вероятности исправного и неисправного состояний при наличии признака x заданной величины [1]; $F(x_0/D_1)$ – вероятность исправного состояния на интервале от x_0 до ∞ ; $F(x_0/D_2)$ – вероятность неисправного состояния на интервале от $-\infty$ до x_0 .

Для *неклассического* случая вероятность ложной тревоги $P(H_{21})=P_{л.т.}$ равна вероятности произведения двух событий: наличия исправного состояния и значения $x < x_0$ для исправного состояния определяется как

$$P(H_{21}) = P(D_1) \cdot P([x < x_0]/D_1) = P_1 \cdot \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1) dx = P_1 \cdot [1 - F(x_0/D_1)], \quad (5)$$

а вероятность пропуска дефекта $P(H_{12})=P_{п.д.}$:

$$P(H_{12}) = P(D_2) \cdot P([x > x_0]/D_2) = P_2 \cdot \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2) dx = P_2 \cdot F(x_0/D_2), \quad (6)$$

где $F(x_0/D_1)$ – вероятность исправного состояния на интервале от $-\infty$ до x_0 ; $F(x_0/D_2)$ – вероятность неисправного состояния на интервале от x_0 до ∞ .

Вероятность принятия ошибочного решения складывается из вероятностей ложной тревоги и пропуска дефекта. Если приписать «цены» этим ошибкам и принять, что цены правильных решений есть C_{11} и C_{22} , то получим выражение для среднего риска (ожидаемая величина потери) [4, 12, 13] для *классического* случая:

$$R = C_{11}P_1 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1) dx + C_{21}P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx + \\ + C_{12}P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx + C_{22}P_2 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2) dx, \quad (7)$$

а для *неклассического*:

$$R = C_{11}P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx + C_{21}P_1 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1) dx + \\ + C_{12}P_2 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_2) dx + C_{22}P_2 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_2) dx, \quad (8)$$

где C_{21} – цена ложной тревоги; C_{12} – цена пропуска дефекта (первый индекс – принятое состояние, второе – действительное), обычно $C_{12} \gg C_{21}$.

С учетом «цен» правильных решений $C_{11}=C_{22}=0$ получается выражение для среднего риска:

$$R = C_{12}P(H_{12}) + C_{21}P(H_{21}) = C_{12}P_2[F(x_0/D_2)] + C_{21}P_1[1 - F(x_0/D_1)]. \quad (9)$$

Исходные данные экспериментальных исследований

С использованием методики [14] аппроксимации функций распределения по экспериментальным выборочным значениям произведена обработка данных и определены теоретические функции распределения (ТФР) и плотности вероятностей параметров характеристических функций мгновенных значений виброакустических (ВА) сигналов, полученных с таких узлов поршневого компрессора, как всасывающие и нагнетательные клапаны, осевое и радиальное направление цилиндра, кривошипно-ползунный механизм, коренные подшипники, для различных состояний узлов и деталей (Таблица 1).

Таблица 1
Статистические характеристики модуля ХФ $\Theta(0,4)$
ВА сигналов всасывающих клапанов

Состояние / характеристика	ТФР	Плотность вероятностей
Исходные формулы	$F(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0, \\ 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{c}\right)^b\right\} & ; x > 0 \end{cases}$	$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0, \\ \frac{b}{c}\left(\frac{x}{c}\right)^{b-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{c}\right)^b\right\} & ; x > 0 \end{cases}$
НДП:	$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{0,098}\right)^{4,44}\right]$	$f(x) = \frac{4,44}{0,098}\left(\frac{x}{0,098}\right)^{-5,44} \exp\left\{-\left(\frac{x}{0,098}\right)^{4,44}\right\}$
ТПМ:	$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{0,24}\right)^{6,02}\right]$	$f(x) = \frac{6,02}{0,24}\left(\frac{x}{0,24}\right)^{-7,02} \exp\left\{-\left(\frac{x}{0,24}\right)^{6,02}\right\}$
ДОПУСТИМО:	$F(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{0,42}\right)^{7,27}\right]$	$f(x) = \frac{7,27}{0,42}\left(\frac{x}{0,42}\right)^{-8,27} \exp\left\{-\left(\frac{x}{0,42}\right)^{7,27}\right\}$

Результаты исследований

Методы статистических решений, такие как, методы минимального риска, минимального числа ошибочных решений, минимакса, Неймана-Пирсона, наибольшего правдоподобия, позволяют выбрать решающее правило исходя из условий оптимальности, например, из условия минимального риска, минимизация одной из ошибок постановки диагноза при заданном уровне другой.

Отношение

$$\frac{f(x/D_1)}{f(x/D_2)} = \lambda \quad (10)$$

называют *отношением правдоподобия* [12]. В теории обнаружения сигналов решение принимается в виде

$$\lambda > \frac{(C_{12} - C_{22})P_2}{(C_{21} - C_{11})P_1} = \lambda_0 \quad (11)$$

и решение задачи обнаружения сигнала (в нашем случае, заданного состояния объекта по величине диагностического признака) сводится к нахождению отношения правдоподобия по текущему измерению и сравнению его значения с постоянным пороговым значением λ_0 , зависящим от априорных вероятностей P_1 и P_2 [12].

По **методу минимального риска** граничное значение x_0 определяется из условия минимума среднего риска [4, 13].

По **методу минимального риска** принимается следующее решение о состоянии объекта, имеющего данное значение параметра x :

$$x \in D_1, \text{ если } \lambda > \lambda_0 \quad (12)$$

$$x \in D_2, \text{ если } \lambda < \lambda_0 \quad (13)$$

Метод минимального числа ошибочных решений предполагает, что вероятность ошибочного решения складывается из вероятностей ложной тревоги и пропуска дефекта [4, 13] и минимум вероятности ошибочного решения есть

$$f(x_0 / D_1) / f(x_0 / D_2) = P_2 / P_1, \quad (14)$$

где, как и раньше, $P_1 = P(D_1)$, $P_2 = P(D_2)$ – априорные вероятности диагнозов.

Решение о состоянии объекта принимается исходя из условий

$$x \in D_1 \text{ при } \lambda > P_2/P_1 \quad (15)$$

$$x \in D_2 \text{ при } \lambda < P_2/P_1 \quad (16)$$

Очевидно, что соотношения (14), (15), (16) являются частным случаем условия минимального риска, если стоимости решений одинаковы. Условия выбора граничного значения (14) часто называется *условием Зигерта-Котельникова* (условием идеального наблюдателя) [4, 12, 13]. К этому условию приводит также метод *Бейеса*.

В практических задачах метод **минимального числа ошибочных решений** применяется, если цена пропуска дефекта приблизительно равна цене ложной тревоги (для дефектов с ограниченными последствиями, для некоторых задач контроля и др.), то применение метода вполне оправдано.

Метод наибольшего правдоподобия можно рассматривать как частный случай метода минимального риска [4, 12]: риски пропуска дефекта и ложной тревоги равны:

$$x \in D_1, \text{ если } \lambda > 1 \quad (17)$$

$$x \in D_2, \text{ если } \lambda < 1 \quad (18)$$

где x – значение параметра для диагностируемого объекта.

В большинстве практических случаев цены правильных решений C_{11} и C_{22} не используются, и тогда для **метода наибольшего правдоподобия** следует считать

$$\frac{C_{12}P_2}{C_{21}P_1} = 1. \quad (19)$$

Метод минимакса используется в ситуации, когда предварительные статистические сведения о вероятности диагнозов D_1 и D_2 отсутствуют. Рассматривается «наихудший случай», т.е. наименее благоприятные значения P_1 и P_2 , (при этом $P_2=1-P_1$), приводящие к минимизации максимального риска [4, 12, 13]:

$$x \in D_1, \text{ если } \frac{C_{21}(1 - F(x/D_1))}{C_{12}F(x/D_2)} > 1, \quad (20)$$

$$x \in D_2, \text{ если } \frac{C_{21}(1 - F(x/D_1))}{C_{12}F(x/D_2)} < 1. \quad (21)$$

По методу *Неймана – Пирсона* минимизируется вероятность пропуска дефекта при заданном допустимом уровне вероятности ложной тревоги [4, 12, 13].

Для классического случая

$$P_{л.т.} = P_1 \int_{x_0}^{\infty} f(x/D_1) dx \leq A, \quad (22)$$

Для неклассического случая

$$P_{л.т.} = P_1 \int_{-\infty}^{x_0} f(x/D_1) dx \leq A, \quad (23)$$

где $P_{л.т.}$ – вероятность ложной тревоги; A – заданная допустимая величина вероятности ложной тревоги; P_1 – вероятность исправного состояния; $f(x/D_1)$ – плотность вероятности диагноза D_1 при величине диагностического признака равной x ; x_0 – величина диагностического признака при минимальной вероятности пропуска дефекта.

Обсуждение результатов

Прежде чем приступить к обсуждению результатов сформулируем еще раз условия методов принятия решений при определении граничного значения x_0 :

- метод минимального риска – добиваемся минимума среднего риска;
- метод минимального числа ошибочных решений – стоимости пропуска дефекта и ложной тревоги одинаковы;
- метод наибольшего правдоподобия – стоимости и вероятности пропуска дефекта и ложной тревоги приблизительно равны между собой;
- метод минимакса – величина риска становится минимальной среди максимальных значений, вызванных «неблагоприятной» величиной P_i ;

- метод Неймана-Пирсона – минимизируется вероятность пропуска дефекта при заданной величине вероятности ложной тревоги.

Результаты расчетов (Таблица 2, рис. 3, 4) показывают, что наименьший риск принятия решения для модуля характеристической функции $\Theta(0,4)$ мгновенных значений ВА сигнала дает метод Неймана-Пирсона. Однако этот метод дает самую большую вероятность ложной тревоги и, вместе с тем, самую маленькую вероятность пропуска дефекта. Максимальный риск принятия ошибочного решения и вероятность пропуска дефекта дает метод минимакса. Наиболее «равномерные» результаты получены методом минимального числа ошибочных решений – согласно расчетам вероятности ложной тревоги, пропуска дефекта и риск принятия ошибочного решения имеют примерно одинаковую величину – менее 0.0025.

Выводы и заключение

1. Проведенный анализ показывает, что методы принятия статистических решений можно успешно использовать для определения предельных (граничных) величин диагностических признаков для «классических» и «неклассических» случаев функций распределений вероятностей, т.е. для «классического» случая увеличения величины диагностического признака при ухудшении состояния объекта и «неклассического» случая уменьшения величины диагностического признака при ухудшении состояния объекта диагностирования, задавая определенные условия оптимальности выбора величины диагностического признака.

2. В обоих случаях критерии методов и алгоритмы расчетов остаются неизменными, необходимо лишь «правильно» (корректно) определять величины вероятностей ложной тревоги и пропуска дефекта.

3. В результате проведенных исследований показано, что модуль характеристической функции является информативным диагностическим

признаком неисправностей поршневых компрессоров и позволяет оценить состояние их узлов и деталей.

Таблица 2

Результаты расчетов величины x_0 модуля ХФ $\Theta(0,4)$ и рисков его применения

Метод	Минимального риска	Минимального числа ошибочных решений	Наибольшего правдоподобия	Минимакса	Неймана-Пирсона
x_0	0,182	0,169	0,185	0,198	0,209
P_1	0,97	0,97	0,97	0,186	0,966
P_2	0,03	0,03	0,03	0,814	0,034
C_{12}	1	1	1	1	1
C_{21}	0,05	0,001	0,001	1	0,001
$F(x_0/D_1)$ ТИМ	0,995	0,999	0,991	0,957	0,897
$F(x_0/D_2)$ НДП	0,062	0,086	0,057	0,043	0,034
$P(H_{21})$	$5,034 \cdot 10^{-3}$	$2,168 \cdot 10^{-3}$	$8,398 \cdot 10^{-3}$	$7,968 \cdot 10^{-3}$	$99 \cdot 10^{-3}$
$P(H_{12})$	$1,854 \cdot 10^{-3}$	$2,585 \cdot 10^{-3}$	$1,723 \cdot 10^{-3}$	$35 \cdot 10^{-3}$	$1,143 \cdot 10^{-3}$
R	$2,106 \cdot 10^{-3}$	$2,586 \cdot 10^{-3}$	$1,731 \cdot 10^{-3}$	$43 \cdot 10^{-3}$	$1,242 \cdot 10^{-3}$

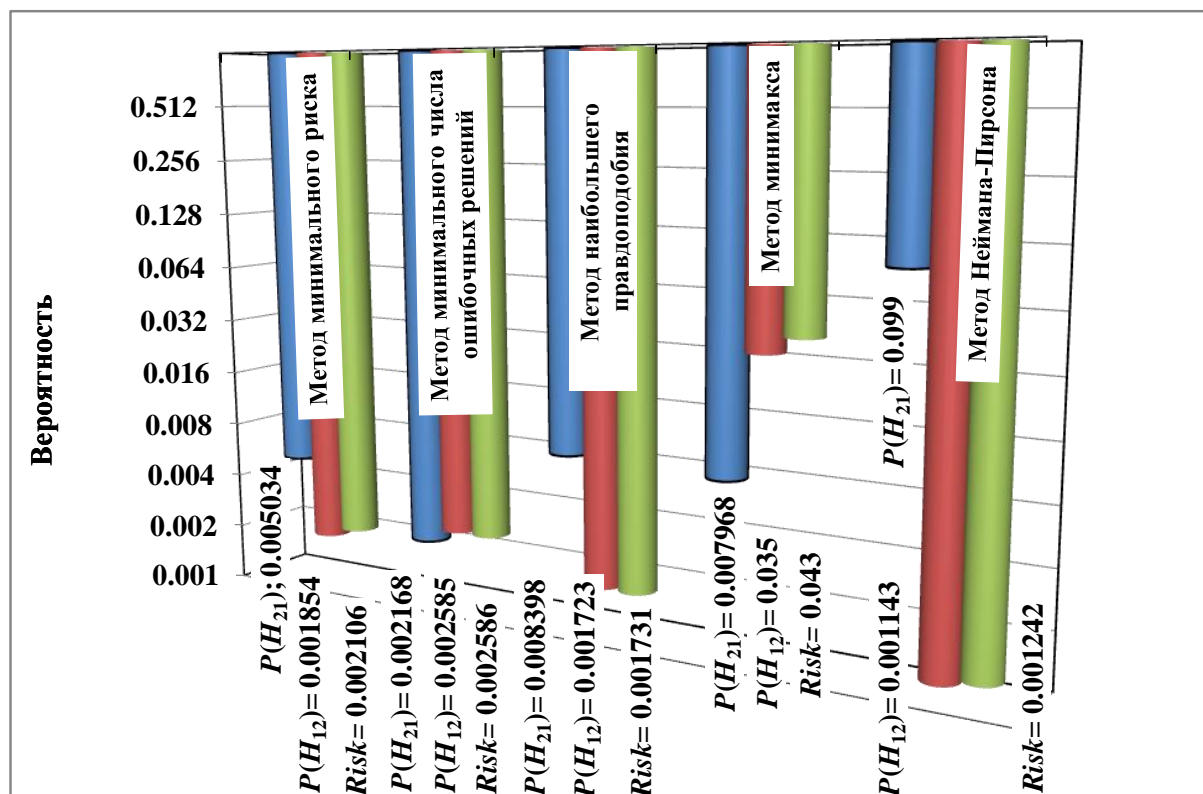


Рис. 3. Вероятности ложной тревоги, пропуска дефекта и риски принятия решений для величины модуля характеристической функции $\Theta(0,4)$, полученной различными методами

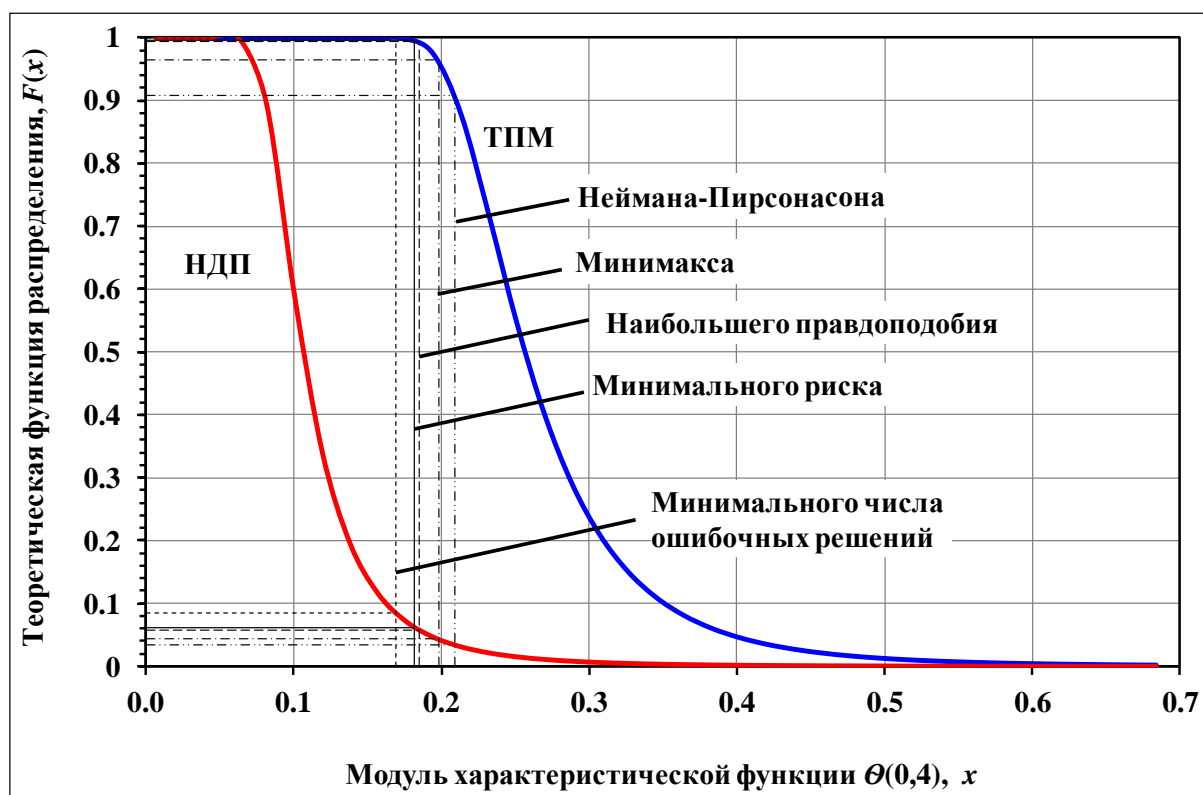


Рис. 4. Графики функций распределения вероятностей модуля характеристической функции $\Theta(0,4)$, соответствующие состояниям «Недопустимо» (НДП) и «Требует принятия мер» (ТПМ)

Литература:

[1] Науменко А.П. *Научно-методические основы вибродиагностического мониторинга поршневых машин в реальном времени*: дисс. ... д-ра техн. наук. Омск: ОмГТУ, 2012. 423 с

[2] Науменко А.П. *Методология виброакустической диагностики поршневых машин*. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2007. № Д. С. 85-95.

[3] Костюков В.Н., Науменко А.П. *Вибродиагностика поршневых компрессоров*. Компрессорная техника и пневматика. 2002. № 3. С.30.

[4] Биргер И.А. *Техническая диагностика*. М.: Машиностроение, 1978. 240 с.

[5] *Стандарты в области технического состояния оборудования опасных производств.* В.Н. Костюков, А.П. Науменко [и др.]. Безопасность труда в промышленности. 2012. №7. С. 30-36.

[6] Костюков В.Н., Науменко А.П. *Нормативно-методическое обеспечение диагностики и мониторинга поршневых компрессоров.* Безопасность труда в промышленности. 2013. №5. С. 66-70.

[7] Костюков В.Н., Науменко А.П., Сидоренко (Кудрявцева) И.С. *Использование характеристической функции для диагностики поршневых машин.* Динамика систем, механизмов и машин: матер. VII Междунар. науч.-техн. конф. (10-12 нояб. 2009). Омск: ОмГТУ, 2009. Кн. 2. С. 32-35.

[8] Сидоренко (Кудрявцева) И.С., Науменко А.П. *Анализ характеристических функций виброакустических сигналов клапанов поршневых компрессоров.* Наука, образование, бизнес: матер. регион. науч.-практ. конф., посвящ. Дню радио. Омск, 2010. С. 259-264.

[9] Костюков В.Н., Науменко А.П., Кудрявцева И.С. *Диагностика подшипников качения по параметрам характеристической функции./* Динамика систем, механизмов и машин. 2014. №4. С. 142-145.

[10] Костюков В.Н., Науменко А.П. *Проблемы и решения безопасной эксплуатации поршневых компрессоров.* Компрессорная техника и пневматика. 2008. №3. С. 21-28.

[11] Костюков В.Н., Науменко А.П. *Система контроля технического состояния машин возвратно-поступательного действия.* Контроль. Диагностика. 2007. № 3. С. 50-58.

[12] Харкевич А.А. *Борьба с помехами.* 2-е изд. М.:Наука, 1965. 276с.

[13] Богдан Н.В., Жилевич М.И., Красневский Л.Г. *Техническая диагностика гидросистем.* Научное издание. Мн.: Белавтотракторостроение, 2000. 120 с.

[14] Науменко А.П. Методика статистического анализа диагностических признаков. Наука, образование, бизнес: докл. и тез. докл. регион. науч.-практ. конф., посвящ. 50-летию РТФ ОмГТУ. Омск, 2011. С. 188-195.