

2. Испытание двигателей внутреннего сгорания. / Стефановский Б.С., Доколин Ю.М., Сорокин В.П. и др. – М.; Машиностроение, 1972. – 357 с.
3. www.bluerr.com/papers/Overview_of_FOS2.pdf
4. Соколов А. Н., Яцеев В. А. Волоконно-оптические датчики и системы: принципы построения, возможности и перспективы. – LIGHTWAVE Russian Edition №4 2006. – С. 42-44.
5. www.optrand.com

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПО РАЗМЕРАМ КАПЕЛЬ РАСПЫЛИВАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Антонюк П. Н. (МГТУ им. Н. Э. Баумана)

Аннотация. Представлен теоретический вывод распределения по размерам осколков, полученных в результате распада сплошной среды. Такое же распределение появляется в процессе распыливания жидкости на капли.

1. Статистическое описание осколков сплошной среды. Рассмотрим задачу о быстром распаде однородной и изотропной трехмерной сплошной среды на большое число осколков. Так как распад происходит практически мгновенно, то можно говорить о взрыве сплошной среды.

Примером такого распада является процесс распыливания жидкости форсункой. На выходе из форсунки образуются осколки жидкости, которые под действием сил поверхностного натяжения очень быстро превращаются в капли. Распределение капель по размерам хорошо описывается эмпирической формулой Розина-Раммлера

$$F(R) = 1 - \exp\left[-(R/\alpha)^\beta\right],$$

где $F(R)$ – функция распределения, то есть вероятность того, что капля имеет радиус, меньший R (эта вероятность пропорциональна числу молекул, образующих такие капли); α , β – положительные параметры распределения; $f(R) = F'(R)$ – плотность распределения.

Другим примером такого распада является взрыв твердого тела. Распределение полученных осколков по массам (или по размерам) принято описывать эмпирической формулой Вейбулла

$$\tilde{F}(m) = 1 - \exp\left[-(m/\mu)^\gamma\right],$$

где $\tilde{F}(m)$ – функция распределения, то есть вероятность того, что осколок имеет массу меньшую m ; μ , γ – положительные параметры распределения;

$\tilde{f}(m) = \tilde{F}'(m)$ – плотность распределения. Если $m = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$, $\mu = \frac{4}{3}\pi\rho\alpha^3$, $\beta = 3\gamma$, то $F(R) = \tilde{F}(m)$. Здесь ρ – массовая плотность.

Указанные эмпирические формулы предложили в 1933 году Пауль Отто Розин (1890-1967) и Эрих Раммлер (1901-1986), а в 1939 году – Эрнст Яльмар Валлодди Вейбулл (1887-1979).

Математическая эквивалентность формул Розина-Раммлера и Вейбулла указывает на универсальный характер процесса быстрого распада сплошной среды:

распределение осколков по размерам не зависит от физико-химических свойств среды. Другими словами, предполагается существование универсальной функции распределения по размерам осколков сплошной среды. Приведенный ниже теоретический вывод такого распределения основан на наиболее общих предположениях.

2. Распределение радиус-векторов молекул. Будем считать, что сплошная среда (жидкость или твердое тело) в реальности состоит из одинаковых молекул, равномерно распределенных в трехмерном пространстве. Представление о молекулах совсем не обязательно для дальнейших рассуждений, но, кажется, что оно упрощает эти рассуждения. После распада сплошной среды образуются осколки произвольной формы. Сопоставим каждой молекуле радиус-вектор $\mathbf{r} = (x, y, z)$. Начало вектора совпадает с центром масс осколка, содержащего данную молекулу. Конец вектора указывает пространственное положение молекулы. Пусть функция $h(x, y, z)$ характеризует вероятность сопоставления произвольной молекуле вектора (x, y, z) . Функцию $h(x, y, z)$ будем называть плотностью распределения вероятностей радиус-векторов молекул. Задача нахождения этой функции эквивалентна задаче нахождения плотности распределения вероятностей скоростей молекул идеального газа. Последнюю задачу сформулировал и решил в 1859 году Джеймс Клерк Максвелл (1831-1879) [1]. Эквивалентность задач понимается в том смысле, что взаимная замена радиус-вектора молекулы (в нашей задаче) на вектор скорости молекулы (в задаче Максвелла) приводит ко взаимной замене всех формул нашей задачи и задачи Максвелла. Это позволяет автоматически представить формулы задачи Максвелла как формулы нашей задачи. Следуя Максвеллу предположим, что существуют такие функции p и q , для которых

$$h(x, y, z) = p(x)p(y)p(z) = q\left(x^2 + y^2 + z^2\right).$$

Здесь второе равенство задает функциональное уравнение, решив которое находим функцию

$$h(x, y, z) = \frac{1}{(\sqrt{\pi}\alpha)^3} \exp\left[-\frac{x^2 + y^2 + z^2}{\alpha^2}\right], \quad (1)$$

где α – положительная константа. Правая часть равенства (1) определяет так называемое трехмерное нормальное распределение.

3. Распределение радиус-векторов характеризуется максимальной энтропией. Математическое ожидание радиус-векторов молекул определяется нулевым радиус-вектором. Важно отметить, что если выполнены два условия

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y, z) dx dy dz = 1 \quad (\text{условие нормировки}),$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left(x^2 + y^2 + z^2\right) h(x, y, z) dx dy dz = const \quad (\text{задана дисперсия радиус-векторов молекул или задан средний размер осколков}),$$

то функция $h(x, y, z)$ обеспечивает максимальное значение информационной энтропии Шеннона

$$H(h) = - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h(x, y, z) \ln h(x, y, z) dx dy dz$$

тогда, и только тогда, когда выполняется равенство (1), то есть в случае нормального распределения. Последнее утверждение о максимуме энтропии для нормального распределения, впервые сформулировал (в терминах идеального газа) Людвиг Больцман (1844-1906) [2]. То, что Больцман называл мерой перестановочности, сегодня называется энтропией Шеннона. Максимальность энтропии является важнейшим основанием для представления распределения радиус-векторов в виде нормального распределения.

4. Распределение смещений молекул. Модуль радиус-вектора молекулы назовем смещением молекулы и обозначим буквой R . Очевидно, что $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Пусть функция $g(R)$ характеризует вероятность сопоставления произвольной молекуле смещения R . Распределение смещений молекул в осколках эквивалентно распределению модулей скоростей молекул идеального газа в задаче Максвелла. Эта эквивалентность позволяет сразу написать плотность распределения вероятностей смещений молекул

$$g(R) = \frac{4}{\sqrt{\pi} \alpha^3} R^2 e^{-R^2 / \alpha^2} . \quad (2)$$

Заметим, что в задаче о распределении смещений молекул все осколки имеют произвольную, часто достаточно сложную, форму. При этом взаимное расположение большого числа молекул характеризуется высоко симметричным распределением их смещений.

5. Преобразование распределения смещений молекул в распределение размеров осколков. Предположим теперь для простоты, что все осколки имеют форму шара, как в случае распада жидкости на капли. Пусть буква R одновременно обозначает смещение молекулы и радиус шарового осколка. Без ограничения общности сплошную среду теперь будем называть жидкостью, а осколки – каплями. Пусть плотность распределения вероятностей радиусов капель задается функцией $f(R)$. Вероятность того, что радиус капель лежит между R и $R + dR$ пропорциональна числу молекул, образующих такие капли. Установим связь смещений молекул, определяемых функцией $g(R)$, с радиусами капель, определяемых функцией $f(R)$. Из геометрических соображений вытекает интегральное соотношение

$$\int_0^{R_0} g(R) dR = \int_0^{R_0} f(R) dR + \int_{R_0}^{+\infty} f(R) \frac{R_0^3}{R^3} dR ,$$

связывающее функции $g(R)$ и $f(R)$ для любого неотрицательного значения R_0 . Перепишем соотношение в виде

$$\int_0^{R_0} g(R) dR = \int_0^{R_0} f(R) dR + R_0^3 \int_0^{+\infty} \frac{f(R)}{R^3} dR - R_0^3 \int_0^{R_0} \frac{f(R)}{R^3} dR .$$

Дифференцируя последнее выражение дважды по R_0 , получаем два равенства

$$g(R_0) = 3R_0^2 \int_0^{+\infty} \frac{f(R)}{R^3} dR - 3R_0^2 \int_0^{R_0} \frac{f(R)}{R^3} dR ,$$

$$g'(R_0) = 6R_0 \int_0^{+\infty} \frac{f(R)}{R^3} dR - 6R_0 \int_0^{R_0} \frac{f(R)}{R^3} dR - \frac{3f(R_0)}{R_0} .$$

Исключая интегралы из этих равенств, находим формулу преобразования функции $g(R)$ в функцию $f(R)$:

$$f(R) = \frac{1}{3} [2g(R) - g'(R) \cdot R] . \quad (3)$$

Согласно этой формуле

$$\int_0^{\infty} g(R) dR = \int_0^{\infty} f(R) dR ,$$

то есть $\int_0^{\infty} g(R) dR = 1$ тогда, и только тогда, когда $\int_0^{\infty} f(R) dR = 1$. Формулы (2) и

(3) сразу дают плотность распределения вероятностей радиусов капель

$$f(R) = \frac{8}{3\sqrt{\pi}\alpha^5} R^4 e^{-R^2/\alpha^2} . \quad (4)$$

Среднее значение радиуса капель (математическое ожидание радиуса) равно

$$\frac{8}{3\sqrt{\pi}} \alpha ,$$

а мода радиуса капель (точка максимума плотности распределения) равна $\sqrt{2}\alpha$. Следовательно, среднее значение радиуса больше моды радиуса.

6. Замечания и выводы. Проблема распада сплошной среды на осколки рассматривалась раньше в ряде работ автора [3–8]. Формулы (3) и (4) являются главным результатом данной работы. Несмотря на то, что формула (4) отличается от формул Розина-Раммлера и Вейбулла, графики функций для всех этих формул имеют один и тот же вид. Формула (4) задает однопараметрическое семейство функций, для которого параметр α можно трактовать как характерный радиус. Формула (3) остается верной для произвольного механизма распада сплошной среды (медленный распад или влияние на распад внешних возмущений). Хотя формула (3) получена для случая шаровых осколков, применять эту формулу, с некоторыми ограничениями, можно и для осколков произвольной формы.

Литература.

1. Максвелл Д. К. Пояснения к динамической теории газов // Основатели кинетической теории материи. Максвелл Д., Клаузиус Р., Джоуль Д.П., Ломоносов М.В., Бернулли Д., Кар Л. Сб. ст. под ред. А. К. Тимирязева.- М.; Л.: ОНТИ, 1937.- С. 185 – 215.

2. Больцман Л. Избранные труды. Молекулярно-кинетическая теория газов. Термодинамика. Статистическая механика. Теория излучения. Общие вопросы физики.- М.: Наука, 1984.- 590 с.

3. Антонюк П.Н. Колебания капли топлива // Перспективы развития комбинированных двигателей внутреннего сгорания и двигателей новых схем и топлив: Тез. докл. Всес. научн.-техн. конф., посвящ. 150-летию МВТУ им. Н. Э. Баумана.- М.: МВТУ, 1980.- С. 50 - 51.

4. Антонюк П.Н. Дисперсионное уравнение для плоской капиллярно-гравитационной волны на свободной поверхности вязкой несжимаемой жидкости // Доклады АН СССР.- 1986.- Т. 286, № 6.- С. 1324 – 1328.

5. Антонюк П.Н. Проблемы распыливания жидкого топлива // Современные проблемы газодинамики и теплообмена и пути повышения эффективности энергетических установок: Тез. докл. VI Всес. школы-сем., посв. 70-летию Великого Октября. - М.: МВТУ, 1987.- С. 117.

6. Антонюк П.Н. Физико-математический анализ процесса распыливания жидкого топлива // Перспективы развития комбинированных двигателей внутреннего сгорания и двигателей новых схем и на новых топливах: Тез. докл. Всес. научн.-техн. конф., посвящ. 70-летию Великого Октября. - М.: МВТУ, 1987.- С. 75-76.

7. Антонюк П.Н. Проблемы теории распыливания жидкого топлива // Двигатель-97: Материалы Международной научн.-техн. конф., посвящ. 90-летию начала подготовки в МГТУ специалистов по двигателям внутреннего сгорания. - М.: МГТУ, 1997.- С. 99 - 100.

8. Антонюк П.Н. О распределении по размерам капель распыливаемой жидкости // Образование через науку: Тезисы докладов Международной конф., посв. 175-ю МГТУ им. Н.Э. Баумана.- М.: МГТУ, 2005. С. 418 - 419.

СНИЖЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ОКСИДОВ АЗОТА В ПРОДУКТАХ СГОРАНИЯ ДИЗЕЛЯ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕМ РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА

**Иващенко Н.А., Кавтарадзе З.Р. (МГТУ им. Н.Э. Баумана),
Блинов А.Д. (ОАО «ЗМЗ»)**

В качестве основной концепции при разработке математической модели рабочего процесса используется представление объема цилиндра двигателя в виде конечного числа отдельных зон. Алгоритм и программа расчета образования оксидов азота в рабочем процессе учитывают распределение топлива по зонам, его испарение и сгорание в зонах, а также тепло- и массообмен между зонами и позволяют определить локальные (зональные) значения $[NO_x]=f(\varphi)$, где φ угол поворота коленчатого вала. Программа состоит из последовательно подключающихся блоков, предназначенных для расчета распределения впрыскиваемого в цилиндр топлива по отдельным зонам (контрольным объемам), нестационарных локальных (зональных) температур рабочего тела, концентраций оксидов азота по отдельным зонам камеры сгорания на основе принятого кинетического механизма.