

электроэнергию, а затем в энергию сжатого воздуха. Этот воздух используется на ближайшей автозаправочной станции и для покрытия пиковых нагрузок. Следовательно на базе СПД можно создавать высокоманевренные энергоблоки, работающие в режимах ко-, три- и четыре генерации.

Таким образом, показана возможность осуществления однопаливного рабочего процесса газового дизеля с воспламенением от сжатия с высокими экологическими показателями на уровне международных стандартов. Существенное улучшение экологических показателей и эксплуатационной экономичности достигается в гибридных СУ.

Централизованное аккумулирование энергии путем сжатия воздуха и заправка им автотранспорта с гибридными СУ позволяет:

- утилизировать бросовое тепло автомобилей на нужды отопления,
- выровнять суточный график энергопотребления,
- использовать сжатый воздух для покрытия пиковых нагрузок,
- снизить эксплуатационный расход топлива автотранспортом и выбросы вредных веществ;
- снизить общий уровень загрязнений в мега- и экополисах.

Дальнейшее совершенствование показателей достигается в гибридных силовых установках на базе СПД.

## **1. РАБОЧИЕ ПРОЦЕССЫ ДВИГАТЕЛЕЙ**

### **К ВЫВОДУ ФОРМУЛЫ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛООБМЕНА В ЦИЛИНДРЕ ПОРШНЕВОГО ДВС**

**Агуреев И. Е.** (Тульский государственный университет)

В работе [1] исследовалась формула для расчета коэффициента теплообмена в цилиндре поршневого ДВС с учетом нестационарных процессов. В настоящей статье приведен подробный вывод исследованной зависимости, обсуждаются возможности ее использования и уточнения.

Отметим, что основной целью этого вывода является получение такой формулы для коэффициента теплообмена, которая явно содержала бы кинематические параметры пограничного слоя (в данном случае – поперечную составляющую скорости  $v$ ). Актуальность задачи вполне очевидна, т.к. в большинстве случаев в  $\alpha$ -формулах используется либо средняя скорость поршня, либо искусственно вводимые кинематические параметры.

В рамках синергетического подхода, который был впервые применен для построения и исследования динамических моделей ДВС в работах [2, 3] и развит в последующем [4], двигатель является нелинейной, существенно неравновесной системой, в которой могут происходить процессы возникновения диссипативных структур и явления самоорганизации. С практической точки зрения важность этого подхода заключается в возможности подбора такого сочетания параметров и управления режимами работы ДВС, чтобы возникающие диссипативные структуры обеспечивали наиболее эффективную работу двигателя в как можно более широком диапазоне режимов. Примером использования самоорганизации может послужить, например, широко известная регулируемая система впуска, когда волновые процессы согласованы со скоростными режимами. Очевидно, что

при теплообмене в ДВС также могут наблюдаться нелинейные эффекты, например, адиабатизация теплообмена [5]. Образование вихревых структур в камере сгорания (КС) и управление ими позволяет искать оптимальные с точки зрения теплоиспользования режимы. Поэтому вывод  $\alpha$ -формулы должен быть основан на подходе, когда динамика пограничного слоя, ядра заряда в КС и рабочий процесс представляют собой единую для формулировки математической модели систему.

Рассмотрим уравнение Фурье-Кирхгофа в следующем виде [6]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + v \frac{\partial T}{\partial x} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{1}{c_p \rho} \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (1)$$

При этом использованы допущения:

- 1) слагаемое  $v \frac{\partial T}{\partial x}$  учитывает нестационарность течения рабочего тела в цилиндре ДВС и ее влияние на теплообмен;
- 2) решение уравнения (1) рассматривается вначале без учета объемных источников тепловыделения (слагаемое  $\frac{q_v}{c_p \rho}$ ); влияние внутренних источников учтем путем внесения в полученное решение соответствующих дополнительных членов;

- 3) следуя работе [6], примем  $\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{k}{1-k} \frac{p}{T_\infty} \frac{\partial T_\infty}{\partial t}$ .

В результате уравнение (1) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{T}{T_\infty} \frac{\partial T_\infty}{\partial t}, \quad (2)$$

и задача дополняется условиями:

- при  $t = 0$   $T(x) = T_\infty$ ;
- при  $x = 0$   $T(t) = T_W$ ;
- при  $x \rightarrow \infty$   $T$  ограничена ( $T \rightarrow T_\infty$ ).

Введем безразмерную температуру в соответствии с формулой

$$\tilde{T} = \frac{T - T_W}{T_\infty}. \quad (3)$$

Тогда задача (2), (2') может быть сформулирована с однородным граничным условием:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \tau} &= \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial x^2} - w \frac{\partial \tilde{T}}{\partial x}; \quad \tau = ta, \quad t > 0, \quad w = v/a; \\ \tau = 0; \quad \tilde{T}(x) &= 1 - \frac{T_W}{T_\infty}; \\ x = 0; \quad \tilde{T}(\tau) &= 0; \\ x \rightarrow \infty; \quad \tilde{T}(\tau) &\text{ ограничена } (\tilde{T} \rightarrow 1 - \frac{T_W}{T_\infty}). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Воспользуемся методом разделения переменных и будем искать решение задачи (4) в виде

$$\tilde{T}(x, \tau) = X(x) \cdot Y(\tau). \quad (5)$$

Разделяя переменные, находим:

$$X'' - wX' + \lambda X = 0, \quad (6)$$

$$Y' + \lambda Y = 0. \quad (7)$$

С учетом условий задачи (4), запишем:

$$X|_{x=0} = 0; \quad X|_{x \rightarrow \infty} - \text{ограничена}. \quad (8)$$

Таким образом, имеем задачу на отыскание собственных значений (6) и (8).

С помощью замены переменных  $X(x) = \omega(x)/\sqrt{\rho(x)}$  [8] эта задача сводится к сингулярной задаче Штурма-Лиувилля [7]

$$\omega'' - \frac{1}{4}w^2\omega + \lambda\omega = 0 \quad (9)$$

с граничными условиями  $\omega(0) = 0$ ;  $\omega|_{x \rightarrow \infty}$  ограничена.

Решение уравнения (9) имеет вид

$$\omega(x) = A \sin\left(x\sqrt{\lambda - w^2/4}\right) + B \cos\left(x\sqrt{\lambda - w^2/4}\right). \quad (10)$$

Из первого граничного условия следует  $B = 0$ . Тогда

$$\omega|_{x \rightarrow \infty} = A \sin\left(x\sqrt{\lambda - w^2/4}\right).$$

Таким образом, из условия ограниченности следует  $\lambda - w^2/4 > 0$ , собственные значения  $\lambda = w^2/4 + v^2$ ,  $0 < v < \infty$ , а собственные функции

$$\omega = \omega_v(x) = \sin(vx).$$

Спектр задачи непрерывный,  $\lambda \in \left(\frac{1}{4}w^2, +\infty\right)$ .

Находим собственные функции для уравнения (6):

$$X = X_v(x) = e^{wx/2} \sin(vx).$$

Уравнение (7) принимает вид:

$$Y' + (w^2/4 + v^2)Y = 0 \Rightarrow Y_v(\tau) = C_v e^{-(w^2/4 + v^2)\tau}.$$

Совокупность частных решений рассматриваемой задачи

$$\tilde{T}(x, \tau) = \tilde{T}_v(x, \tau) = C_v e^{-(w^2/4 + v^2)\tau} e^{wx/2} \sin(vx).$$

Применяя обобщенный принцип суперпозиции, составим интеграл

$$\tilde{T}(x, \tau) = \int_0^{\infty} C_v e^{-(w^2/4 + v^2)\tau} e^{wx/2} \sin(vx) dv. \quad (11)$$

Тогда начальное распределение температуры

$$\tilde{T}|_{\tau=0} = \varphi(x) = e^{wx/2} \int_0^{\infty} C_v \sin(vx) dv, \quad 0 < v < +\infty.$$

По теореме разложения имеем

$$C_v = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \varphi(x) e^{wx/2} \sin(vx) dx. \quad (12)$$

Таким образом, мы получили формальное решение задачи (4) в виде зависимостей (11) и (12). Объединяя эти формулы, можно записать:

$$\tilde{T}(x, \tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-(w^2/4 + v^2)\tau} e^{wx/2} \sin(vx) dv \int_0^{\infty} \varphi(\xi) e^{w\xi/2} \sin(v\xi) d\xi. \quad (13)$$

Изменяя порядок интегрирования, получаем:

$$\begin{aligned} \tilde{T}(x, \tau) &= \frac{2}{\pi} e^{wx/2} \int_0^{\infty} \varphi(\xi) e^{w\xi/2} d\xi \int_0^{\infty} e^{-(w^2/4 + v^2)\tau} \sin(v\xi) \sin(vx) dv = \\ &= \frac{1}{\pi} e^{wx/2} e^{-w^2/4\tau} \int_0^{\infty} \varphi(\xi) e^{w\xi/2} d\xi \int_0^{\infty} e^{-v^2\tau} [\cos(v(\xi - x)) - \cos(v(\xi + x))] dv. \end{aligned} \quad (14)$$

Воспользуемся формулой

$$\int_0^{\infty} e^{-a^2x^2} \cos(bx) dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2a} e^{-\frac{b^2}{4a^2}}, \quad \text{где } a > 0, \quad -\infty < b < +\infty.$$

Тогда (14) можно переписать в виде

$$\tilde{T}(x, \tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{-w^2\tau/4+wx/2} \int_0^\infty \varphi(\xi) e^{w\xi/2} \left[ e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4\tau}} - e^{-\frac{(\xi+x)^2}{4\tau}} \right] d\xi. \quad (15)$$

Непосредственной проверкой убеждаемся, что функция

$$K(x, \tau, \xi) = \frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{-w^2\tau/4+wx/2} e^{w\xi/2} \left[ e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4\tau}} - e^{-\frac{(\xi+x)^2}{4\tau}} \right]$$

удовлетворяет дифференциальному уравнению (4) при любом  $\xi$ .

Пусть в уравнении (15)  $\varphi(x) \equiv \tilde{T}_0 = \text{const}$ , тогда

$$\tilde{T}(x, \tau) = \frac{\tilde{T}_0}{2\sqrt{\pi\tau}} e^{-w^2\tau/4+wx/2} \int_0^\infty e^{w\xi/2} \left[ e^{-\frac{(\xi-x)^2}{4\tau}} - e^{-\frac{(\xi+x)^2}{4\tau}} \right] d\xi.$$

Выполняя последовательно замены переменных  $\frac{\xi-x}{2\sqrt{\tau}} = s$ ,  $\frac{\xi+x}{2\sqrt{\tau}} = s$  и используя

формулу для интеграла  $\int e^{-(ax^2+bx+c)} dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2-4ac}{4a}} \text{erf}\left(\sqrt{a}x + \frac{b}{2\sqrt{a}}\right)$ , где  $\text{erf}(z)$  – интеграл вероятностей, получим окончательное решение задачи (4) в виде

$$\tilde{T}(x, \tau) = \frac{1}{2} \tilde{T}_0 \left[ e^{wx} \text{erfc}\left(-\frac{x}{2\sqrt{\tau}} - \frac{w\sqrt{\tau}}{2}\right) - \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\tau}} - \frac{w\sqrt{\tau}}{2}\right) \right], \quad (16)$$

где  $\text{erfc}(z) = 1 - \text{erf}(z)$  – дополнительный интеграл вероятностей.

Возвращаясь к исходным переменным  $T$  и  $t$ , для задачи (2) и (2') можем записать решение:

$$T(x, t) = T_W + \frac{1}{2} (T_\infty - T_W) \left[ e^{wx} \text{erfc}\left(-\frac{x}{2\sqrt{at}} - \frac{w\sqrt{at}}{2}\right) - \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{at}} - \frac{w\sqrt{at}}{2}\right) \right]. \quad (17)$$

Используем полученную зависимость для вывода  $\alpha$ -формулы нестационарного конвективного теплообмена в камере сгорания поршневого ДВС. В соответствии с гипотезой Фурье

$$\alpha = \frac{q_W}{T_\infty - T_W} = \frac{\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} \right)}{T_\infty - T_W},$$

откуда, дифференцируя (17), получаем:

$$\alpha = \frac{b}{\sqrt{\Delta t}} \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-z^2} + z \cdot \text{erfc}(-z) \right], \quad (18)$$

где безразмерный комплекс  $z = \frac{v}{2} \sqrt{\frac{\Delta t}{a}}$ , а коэффициент  $b = \sqrt{\lambda c_p \rho}$ .

Найдем связь между комплексом  $z$  и критериями подобия. Очевидно, что число Фурье  $Fo = \frac{a}{t l^2}$  связано с  $z$  формулой  $z = \frac{1}{4Fo}$ . Тогда можно записать вариант формулы (18) через число  $Fo$ :

$$\alpha = \frac{b}{\sqrt{\Delta t}} \left[ \frac{1}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{1}{4Fo}} + 0,5Fo \frac{1}{2} \left( 1 + \text{erf}\left(0,5Fo \frac{1}{2}\right) \right) \right]. \quad (19)$$

Таким образом, в настоящей работе в уравнении Кирхгофа было сохранено только одно слагаемое –  $v \frac{\partial T}{\partial x}$ . Для реализации поставленной задачи необходимо, во-первых, учесть наличие и другого, связанного с продольной составляющей скорости в пограничном слое, а, во-вторых, обеспечить установление связи величин  $u$  и  $v$  с параметрами рабочего процесса.

#### **Литература:**

1. Агуреев И. Е., Григорьева Н. В. Учет нестационарного теплообмена в динамических моделях многоцилиндровых ДВС // Изв. ТулГУ. Сер. «Автомобильный транспорт». Вып. 10. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2006. – С.68-73.
2. Агуреев И. Е. Синергетический подход к анализу динамики тепловых двигателей с произвольным механизмом преобразования движения // Вопросы проектирования и эксплуатации автотранспортных средств и систем: Изв. ТулГУ. – Тула, 1995. – С.163-171.
3. Агуреев И. Е. Принципы технической синергетики тепловых двигателей // Изв. ТулГУ. Сер. "Автомобильный транспорт". Вып.2. – Тула: Изд-во ТулГУ, 1998. – С.133-145.
4. Агуреев И. Е. Нелинейные динамические модели поршневых двигателей внутреннего сгорания. Синергетический подход к построению и анализу: Монография. – Тула: Изд-во Тул. гос. ун-та, 2001. – 228 с.
5. Кавтарадзе Р. З., Борисенков Е. Р., Бенидзе Д. Ш. Экспериментальное исследование теплового состояния быстроходного дизеля в зависимости от закрутки потока на впуске // Труды МАДИ. М., 1988. С. 56-58.
6. Кавтарадзе Р. З. Локальный теплообмен в поршневых двигателях. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2001. – 592 с.
7. Голоскоков Д. П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. – СПб.: Питер, 2004 – 539 с.
8. Волков И. К., Канатников А. Н. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. – 228 с.

### **ПРОСТАЯ МОДЕЛЬ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО РАБОЧЕГО ЦИКЛА ДВС, УЧИТЫВАЮЩАЯ ХАРАКТЕР ТЕПЛОТЫДЕЛЕНИЯ**

**Гусаков С.В., Довольнов А.М.**

(Российский университет дружбы народов);

Традиционно и в наше время изучение в высшей школе теории расчета действительного рабочего цикла поршневых ДВС начинается с освоения метода, предложенного столетие назад русским ученым, профессором Императорского московского технического училища В.И. Гриневецким, и развитого в дальнейшем профессорами МВТУ им. Н.Э. Баумана Н.Р. Брилингом и Е.К. Мазингом [1]. Это объясняется его простотой и наглядностью, физической обоснованностью исходных данных и достаточным количеством расчетных параметров для первичного анализа цикла. С момента создания В.И. Гриневецким теории ДВС расчетные методы получили существенное развитие, особенно после внедрения в инженерную практику электронных вычислительных машин. Однако использование в учебном процессе современного, сложного по своим алгоритмам программного обеспечения, так называемого «Hard Soft», на начальных стадиях обучения не целесообразно, т.к. в этом случае акцент смещается на освоение методов работы с программ-